Okruhy k magisterské státní závěrečné zkoušce (v. 2020)

Matematika

Student prokazuje, že

– má přehled o základních partiích matematické analýzy, algebry, geometrie a diskrétní matematiky v rozsahu bakalářské státní zkoušky

– má přehled o odborné části matematiky, kterou studoval v navazujícím magisterském studiu v rámci povinně výběrových a výběrových předmětů (matematická analýza, diferenciální rovnice, geometrie). Z těchto předmětů si vybere dva, které nahlásí studijnímu oddělení při přihlášení se ke SZZ.

Matematická analýza V:

1. Základní pojmy teorie Lebesgueovy míry – vnější míra, měřitelné množiny, Lebesgueova míra, měřitelné funkce.
2. Lebesgueův integrál – definice Lebesgueova integrálu, základní vlastnosti, věty o konvergenci.
3. Metrické prostory – metrika, její vlastnosti, metrický prostor, příklady, úplný metrický prostor.
4. Normované lineární prostory – norma, vlastnosti normy, příklady normovaných lineárních prostorů, podprostory.
5. Lineární operátor, spojitost, norma operátoru. Banachova věta o pevném bodě.
6. Hilbertovy prostory – skalární součin, vlastnosti, unitární prostor, ortogonalita, podprostory, projektor, Rieszova věta.

Diferenciální rovnice:

1. Definice diferenciální rovnice v R a její řešení, metoda separace proměnných, lineární diferenciální rovnice, řešení homogenní a nehomogenní úlohy (metoda variace konstant).
2. Lineární diferenciální rovnice n-tého řádu, fundamentální systém řešení, prostor řešení jako lineární vektorový prostor, nehomogenní úloha.
3. Soustavy lineárních diferenciálních rovnic, fundamentální systém řešení, prostor řešení jako lineární vektorový prostor, metoda variace konstant.

4. Soustavy lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty. Řešení, exponenciální matice.
5. Nelineární diferenciální rovnice a jejich soustavy. Pevný bod, isokliny. Vyšetřování lokální stability pevného bodu metodou linearizace. Ljapunovská funkce.
6. Okrajová úloha pro obyčejnou diferenciální rovnici druhého řádu pro různé typy okrajových podmínek. Vlastní čísla a vlastní funkce.
7. Fourierova metoda řešení okrajových úloh. Fourierova řada vzhledem k systému vlastních funkcí pro okrajové úlohy druhého řádu. Postačující podmínky pro konvergenci Fourierovy řady.
8. Rovnice vedení tepla. Řešení na přímce. Difuzní jádro. Řešení pro skokovou a obecnou počáteční podmínku. Řešení okrajové úlohy pomocí Fourierovy metody.
9. Vlnová rovnice. Řešení počáteční úlohy na přímce. Řešení okrajové úlohy pomocí Fourierovy metody.
10. Sturmova-Liouvillova úloha pro obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu.

Aplikace matematiky II:

1. Difuzní rovnice – odvození, okrajové úlohy pro difuzní rovnici, existence a vlastnosti řešení.
2. Matematická teorie pružných těles – tenzor napětí a deformace, Hookův zákon, formulace okrajových úloh teorie pružnosti.
3. Aplikace v ekologii. Modely růstu jedné populace. Lotkův-Volterrův modely typu dravec-kořist.
4. Aplikace v epidemiologii a parasitologii: lokální epidemie a persistence endemických nemocí, základní reprodukční číslo, modely kontroly nemocí.

Numerická matematika:

1. Řešení systémů lineárních rovnic – iterační metody (Jacobi, Gauss-Seidel, jejich konvergence, maticové normy).
2. Částečný problém vlastních čísel (mocninná metoda, inverzní mocninná metoda).
3. Úplný problém vlastních čísel (QR metoda).
4. Řešení počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice – Eulerova metoda, metody

typu Runge-Kutta, řešení soustav diferenciálních rovnic.

Geometrie 2:

1. Komplexní vektorové prostory, komplexní rozšíření reálného vektorového prostoru. Lineární (ne)závislost vektorů v reálném vektorovém prostoru a jeho komplexním rozšíření a jejich báze. Reálný podprostor komplexního rozšíření vektorového prostoru, nalezení maximálního reálného podprostoru.
2. Projektivní prostory, aritmetická a geometrická báze projektivního prostoru. Přechod od projektivní roviny k afinní rovině, projektivní rozšíření afinní roviny a příslušný vztah vzájemně určené geometrické báze projektivní roviny a repéru afinní roviny.
3. Projektivní vlastnosti kuželoseček: Rovnice kuželosečky v projektivní rovině a hodnost kuželosečky. Polární sdruženost bodů vzhledem ke kuželosečce, pojem poláry a tečny, singulární body kuželosečky. Diagonální (projektivní) tvar kuželosečky a využití diagonalizace kvadratických forem k jeho nalezení.
4. Afinní vlastnosti kuželoseček: Rovnice kuželosečky v afinní rovině a jejím projektivním rozšíření. Vlastní a nevlastní body kuželosečky, středy a asymptoty kuželosečky. Kanonický (afinní) tvar kuželosečky a jeho nalezení pomocí převodu na druhou mocninu dvojčlenu.
5. Metrické vlastnosti kuželoseček: Rovnice kuželosečky v Euklidovské rovině. Hlavní směry a hlavní čísla kuželosečky, osa a vrchol kuželosečky. Význam středů a hlavních směrů pro nalezení kanonického (metrického) tvaru kuželosečky. Základní principy metrické klasifikace kuželoseček pomocí metody invariantů.

Didaktika matematiky

Student prokazuje, že

– je schopen aplikovat matematickou teorii při metodickém výkladu a řešení úloh středoškolského učiva

– se orientuje v koncepci výuky matematiky na příslušném typu školy (gymnázium, odborné školy)

– zvládne připravit a vést výuku ve třídě se studenty s rozdílnou úrovní matematického talentu

1. Základy matematické logiky

2. Číselné obory
3. Algebraické a nealgebraické rovnice, nerovnice a jejich soustavy
4. Množiny a jejich vlastnosti (množina, kartézský součin, relace, zobrazení, funkce, posloupnost)
5. Grafy algebraických a nealgebraických funkcí (funkce mocninné, exponenciální, logaritmické)
6. Goniometrie a trigonometrie
7. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika
8. Posloupnosti a řady
9. Planimetrie (rovinné útvary, konstrukční úlohy, zobrazení)
10. Stereometrie (polohové a metrické úlohy)
11. Analytická geometrie lineárních útvarů
12. Analytická geometrie kuželoseček

Pedagogika a psychologie

Student skládá SZZ z tohoto předmětu na katedře Pedagogiky a psychologie, Pedagogická fakulta JU. Garantem SZZ je doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph.D. (hospes@jcu.cz).