Okruhy k bakalářské státní závěrečné zkoušce

Matematická analýza

1. Funkce, graf funkce, inverzní funkce, operace s funkcemi, trigonometrické funkce, mocninná funkce, exponenciální funkce, logaritmická funkce, limita a spojitost funkce, jednostranná limita, definice limity, existence limity, limita v nevlastních bodech, věty pro výpočet limit, pravostranná a levostranná spojitost, operace se spojitými funkcemi, spojitost složené funkce, věta o nabývání maxima a minima

2. Derivace funkce, tečna ke grafu funkce, pravidla pro počítání derivací, derivace součtu, součinu, podílu, složené funkce, mocninné funkce, trigonometrických funkcí, derivace implicitně definovaných funkcí, derivace vyšších řádů

3. Aplikace derivace, funkce klesající a rostoucí, konvexní a konkávní, inflexní bod, lokální extrém, nutné a postačující podmínky pro lokální extrém, asymptoty, věta o střední hodnotě, L'Hospitalovo pravidlo, Newtonova metoda přibližného řešení rovnic

4. Definice primitivní funkce, základní vlastnosti, substituční metoda, metoda per partes, integrace racionálních, trigonometrických a iracionálních funkcí, Riemannův integrál, definice, základní vlastnosti, podmínky existence Riemannova integrálu, metody integrace - integrace per partes a substituční metoda, vztah mezi primitivní funkcí a Riemannovým integrálem.

5. Geometrické a fyzikální aplikace Riemannova integrálu - obsah rovinného obrazce, objem rotačního tělesa, obsah povrchu rotačního tělesa, délka oblouku, fyzikální aplikace Riemannova integrálu – hmotnost rovinné desky, statické momenty rovinné desky, těžiště rovinné desky, hmotnost tenkého rovinného drátu atd .

6. Funkce více proměnných - limita a spojitost, derivace ve směru, parciální derivace, totální diferenciál, derivace složené funkce, aplikace diferenciálního počtu funkcí více proměnných - tečná nadrovina, lokální extrémy, vázané extrémy, globální extrémy, vektorové funkce více proměnných - definice, základní vlastnosti, spojitost, limita, derivace, gradient, Jacobiho matice.

7. Posloupnosti, definice, základní vlastnosti posloupností, věty o posloupnostech, definice limsup a liminf posloupnosti, řady, definice konvergence, absolutní a relativní konvergence, vlastnosti číselných řad, věty o konvergenci – limitní a podílové kritérium, integrální kritérium, řady alternující, kritérium konvergence, odhad součtu řady, funkční řady, bodová a stejnoměrná konvergence, Weierstrassovo kritérium, určení oboru konvergence, mocninné řady, základní vlastnosti.

8. Dvojný Riemannův integrál - definice, základní vlastnosti, Fubiniova věta, základní transformace - posunutí, transformace do polárních souřadnic, věta o substituci., geometrické a fyzikální aplikace dvojného integrálu.

Geometrie

1. Vektorové prostory a podprostory, lineární kombinace vektorů, lineárně závislé a nezávislé vektory, generování, báze a dimenze vektorového prostoru a podprostoru, souřadnice, průnik,

součet a přímý součet podprostorů, podprostory vektorového prostoru R^n a souvislost s řešením homogenních soustav lineárních rovnic.

2. Lineární zobrazení (homomorfismus), jeho vlastnosti, jádro a obraz lineárního zobrazení, matice lineárního zobrazení v různých bázích, matice přechodu od báze k bázi a transformace souřadnic.

3. Lineární formy, duální prostor a duální báze, matice přechodu na duálním prostoru mezi duálními bázemi, duální zobrazení (endomorfismus) a jeho matice vzhledem k duální bázi, nadroviny .

4. Bilineární a kvadratické formy, matice bilineární formy vzhledem k bázi a její změna při změně báze, vrchol formy, singulární a regulární formy, symetrické a antisymetrické formy, polární báze symetrické bilineární formy, definice kvadratické formy a souvislosti s bilineárními formami, polární báze kvadratické formy, definitnost a signatura, zákon setrvačnosti.

5. Prostory se skalárním součinem, ortogonální doplněk a některé vlastnosti, norma vektorů, ortogonální báze, Rieszova věta, projektor a jeho vlastnosti, Gramm-Schmidtův ortogonalizační process, Cauchyova a trojúhelníková nerovnost.

6. Vlastní čísla a vlastní vektory matice, vlastní čísla a vlastní vektory lineárního zobrazení, invariantní podprostory, Jordanův kanonický tvar, metody jeho nalezení.

7. Afinní prostory, zaměření afinního prostoru, dimenze, afinní repér a souřadnice, transformace souřadnic při změně afinního repéru, afinní podprostory, afinní kombinace bodů, parametrický a implicitní popis afinního podprostoru, podprostory standardního afinního prostoru R^n a souvislost s řešením nehomogenních soustav lineárních rovnic.

8. Euklidovské bodové prostory, kartézská souřadná soustava a kartézské souřadnice, kolmost podprostorů, implicitní zadání podprostorů a ortogonální doplněk zaměření, vzdálenosti a odchylky podprostorů

Algebra

1. Matice, operace s maticemi a jejich vlastnosti, převod matice na schodovitý tvar a její hodnost, regulární a singulární matice, inverzní matice, determinanty, metody výpočtu, maticové grupy

2. Algebraické struktury s jednou operací, binární operace a její vlastnosti (komutativita, asociativita, existence jednotkových a inverzních prvků), grupoidy, pologrupy, grupy, podgrupy grup. Řád grupy, cyklické grupy a podgrupy.

3. Algebraické struktury se dvěma operacemi, okruhy, komutativní okruhy, tělesa, obory integrity. Polynomy, operace s polynomy, okruh polynomů, kořen polynomu.

4. Dělitelnost celých čísel. Největší společný dělitel, Euklidův algoritmus, korektnost Euklidova algoritmu a jeho důsledky. Prvočísla, faktorizace přirozených čísel na prvočísla, Wilsonova věta.

5. Kongruence, grupa/okruh zbytkových tříd, základní vlastnosti kongruencí, pravidla pro počítání s kongruencemi,

6. Eulerova funkce, její základní vlastnosti a metody výpočtu, Eulerova věta, Fermatova věta. Kongruenční rovnice a metody jejich řešení. Diofantické rovnice.

7. Testování prvočíselnosti, algoritmy na testování prvočíselnosti a jejich analýza, Fermatův test, Carmichaelova čísla, Millerův - Rabinův test.

8. Základy asymetrické kryptografie, principy asymetrické kryptografie a problémy s tím související (faktorizace přirozených čísel na prvočísla). Algoritmus RSA a jeho analýza.